

## ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ

за завършване на образователно-квалификационната степен бакалавър  
на специалност Приложна математика

15 септември 2007 г.

### ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Да се запише в явен вид функцията  $f : (-\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ , определена от условията

$$f'(x) = \frac{1}{\sin x + 2 \cos x + 3}, \quad \forall x \in (-\pi, 2\pi),$$

и

$$f(\pi) = 0.$$

**Задача 2.** Спрямо стандартния базис на  $\mathbb{R}^3$  линейният оператор  $\varphi$  има матрица

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(а) Да се намери ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$ , в който матрицата  $D$  на оператора  $\varphi$  е диагонална, както и тази матрица  $D$ .

(б) Да се намерят максималната и минималната стойност на квадратичната форма  $g(\mathbf{x}) = (\varphi(\mathbf{x}), \mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$  върху сферата  $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{x}\| = 1\}$ .