

Държавен изпит на специалност Приложна Математика от 16 юли 2013

Задача 1. Да разгледаме функцията

$$f(x) = \frac{x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 13x + 7}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$$

(а) Да се провери дали $x = -1$ е в дефиниционната област на f

(б) Да се пресметне:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \int_{13}^x f(t) dt.$$

(в) Да се пресметне:

$$\int_0^1 f(x) dx$$

Задача 2: Дадена е задачата:

$$\begin{cases} u' = u^2 + x^2, 0 < x < 1 \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

(а) Чрез интегриране в интервала $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ на уравнението и прилагане към интеграла вдясно на квадратурната формула на Симпсън да се получи диференчен метод за решаване на задачата и да се пресметне локалната грешка на апроксимация.

(б) Върху моделната задача

$$\begin{cases} u'(x) = \lambda u(x), \lambda = \text{const} < 0, x \in (0, X] \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

да се изследва устойчивостта и монотонността на диференчния метод

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} = \frac{3}{4}y'_{i+1} + \frac{1}{4}y'_i$$

където с y_m е означена стойността на дясната част на диференциалното уравнение в точката x_m